CH7 DIVISIBILITE DANS $\mathbb{Z}$

EX 20 :

- Le reste modulo 10 de 30757 est 7
- Le reste modulo 10 de 15163 est 3
- Le reste modulo 10 de 12924 est 4

EX 21 :

- $171 \equiv 1(17) \Rightarrow 171^{171} \equiv 1^{171}(17)$ Donc Le reste modulo 17 de 171^{171} est 1
- $186 \equiv -1(17) \Rightarrow 186^{186} \equiv (-1)^{186}(17)$ Donc Le reste modulo 17 de 186^{186} est 1
- $356 \equiv -1(17) \Rightarrow 356^{583} \equiv (-1)^{583}(17)$ Donc Le reste modulo 17 de 356^{583} est 16

EX 22 :

1. $-1 = 10x(-1)+9$ Donc Le reste modulo 10 de (-1) est 9
2. $9 \equiv -1\ (10) \Rightarrow 9^{2007} \equiv (-1)^{2007}(10)$ Donc Le reste modulo 10 de 9^{2007} est 9
   $9 \equiv -1\ (10) \Rightarrow 9^{2008} \equiv (-1)^{2008}(10)$ Donc Le reste modulo 10 de 9^{2008} est 1

EX 23 :

- $49 \equiv 1(16) \Rightarrow 49^{316} \equiv 1^{316}(16)$ Donc Le reste modulo 16 de 49^{316} est 1
- $15 \equiv -1\ (16) \Rightarrow 15^{2008} \equiv (-1)^{2008}(16)$ Donc Le reste modulo 16 de 15^{2008} est 1
- $-49 \equiv -1(16) \Rightarrow (-49)^{236} \equiv (-1)^{236}(16)$ Donc Le reste modulo 16 de $(-49)^{236}$ est 1

EX 24 :

- $4^2 = 16 \equiv 3(13) \Rightarrow 4^3 \equiv 4x3(13)$ Donc Le reste modulo 13 de 4^3 est 12
- $121 \equiv 4(13) \Rightarrow 121^{357} \equiv 4^{357}(13) \Rightarrow 121^{357} \equiv (4^3)^{119}(13) \Rightarrow 121^{357} \equiv (-1)^{119}(13)$
  Donc Le reste modulo 13 de 121^{357} est 12

EX 25 :

1. $50 \equiv 1(7) \Rightarrow 50^{99} \equiv 1^{99}(7) \Rightarrow 50^{99} \equiv 1(7) \Rightarrow$ Le reste modulo 7 de 50^{99} est 1
2. $50 \equiv -1(17) \Rightarrow 50^{99} \equiv (-1)^{99}(17) \Rightarrow 50^{99} \equiv -1(17) \Rightarrow$ Le reste modulo 17 de 50^{99} est 16

EX 26 :

$19 \equiv (-2)\ (7) \Rightarrow 19^{52} \equiv (-2)^{52}\ (7) \Rightarrow 19^{52} \equiv (2)^{52}\ (7)$ et $23 \equiv 2\ (7) \Rightarrow 23^{41} \equiv 2^{41}\ (7)$

Alors $19^{52}.23^{41} \equiv 2^{52+41}\ (7) \Rightarrow 19^{52}.23^{41} \equiv 2^{93}\ (7) \Rightarrow 19^{52}.23^{41} \equiv (2^3)^{31}(7) \Rightarrow 19^{52}.23^{41} \equiv 1^{31}\ (7)$

Donc le reste modulo 7 de $19^{52}.23^{41}$ est 1